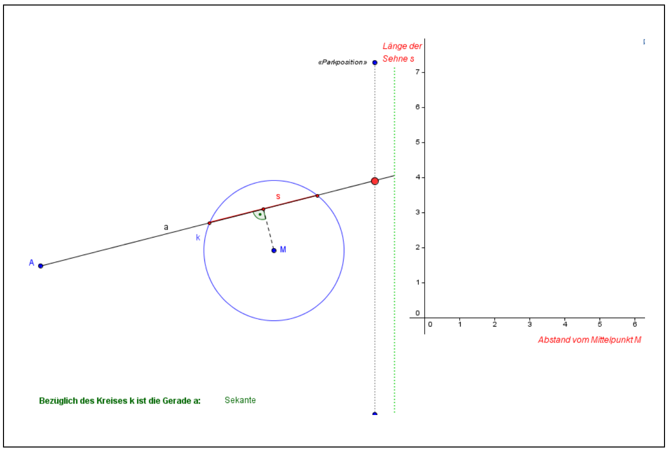
Sehnenlänge

Aufgabenstellung



1. Drehe die Gerade a um den Punkt A und beachte den grünen Text:
   a) Wann ist die Gerade eine Sekante, wann ist sie eine Tangente? Wann ist sie weder das eine noch das andere?
   b) Wie viele Tangenten und wie viele Sekanten gibt es vom fixen Punkt A aus?
2. a) Die Strecke s ist eine Sehne. Beschreibe, was man unter einer Sehne versteht.
   b) Wann ist die Sehne s im Kreis k am längsten?
3. Betrachte den Mittelpunkt der Sehne und die Verbindung zu M, also den Abstand zum Kreismittelpunkt M. Was stellst du fest?

Antworten

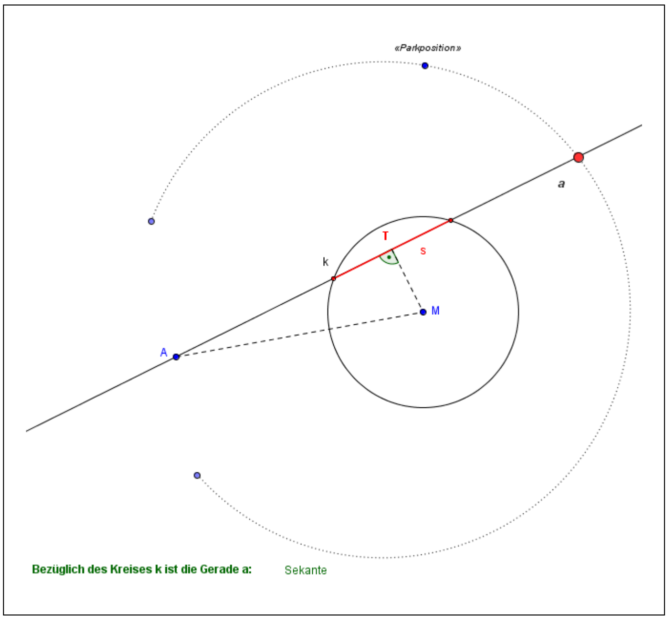
1. a) – Die Gerade ist eine Sekante, wenn sie den Kreis schneidet.
   – Die Gerade ist eine Tangente, wenn sie den Kreis berührt.
   – Die Gerade ist weder Sekante noch Tangente, wenn sie ausserhalb des Kreises verläuft.

   b) – Es gibt genau zwei Tangenten.
   – Es gibt beliebig viele Sekanten.
2. a) *Mögliche Beschreibung:*
   Eine Sehne ist eine Strecke, die zwei Punkte auf einer Kreislinie verbindet.

   b) Die Sehne ist am längsten, wenn sie ein Durchmesser des Kreises ist.
3. *Mögliche Feststellung:*
   Die Länge der Sehne und der Abstand ihres Mittelpunktes vom Kreismittelpunkt sind nicht proportional.

Tangentenkonstruktion

Aufgabenstellung



1. Drehe die Gerade a um den Punkt A:
   a) Was ist speziell am Dreieck AMT?
   b) Beobachte den Punkt T; auf was für einer «Bahn» bewegt er sich?
   c) Wo liegt T, wenn die Gerade a eine Tangente an den Kreis k ist?
   d) Wie konstruierst du die «Bahn» von T?
2. Wo liegt A,
   a) wenn es keine Tangenten von A an den Kreis k gibt?
   b) wenn es eine Tangente von A an den Kreis k gibt?
   c) wenn es zwei Tangenten von A an den Kreis k gibt?
3. a) Beschreibe, wie du von A aus die zwei Tangenten konstruierst.
   b) Beschreibe, wie du konstruierst, wenn es nur eine Tangente in A gibt?

Antworten

1. a) Das Dreieck AMT ist rechtwinklig.

   b) *Mögliche Feststellung:*
   Der Punkt T bewegt sich auf einem Kreis über der Strecke AM.

   c) Der Punkt T liegt auf dem Kreis k.

   d) *Mögliche Beschreibung:*
   Konstruktion des Thaleskreises über der Strecke AM.

2. Der Punkt A liegt

   a) im Innern des Kreises k.

   b) auf dem Kreis k.

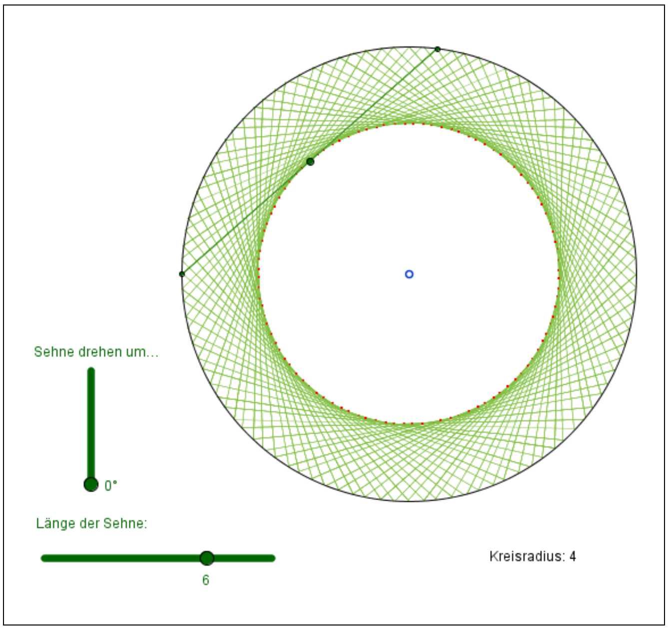
   c) ausserhalb des Kreises k.

3. a) *Mögliche Beschreibung:*
   – Den Thaleskreis über der Strecke AM konstruieren.
   – Den Thaleskreis mit dem Kreis k schneiden.
   – Jeden der beiden Schnittpunkte mit dem Punkt A verbinden.

   b) *Mögliche Beschreibung:*
   Der Punkt A liegt auf dem Kreis k.
   – Den Radius MA zeichnen.
   – Eine Senkrechte zum Radius MA durch den Punkt A konstruieren.

Fadenbilder

Aufgabenstellung



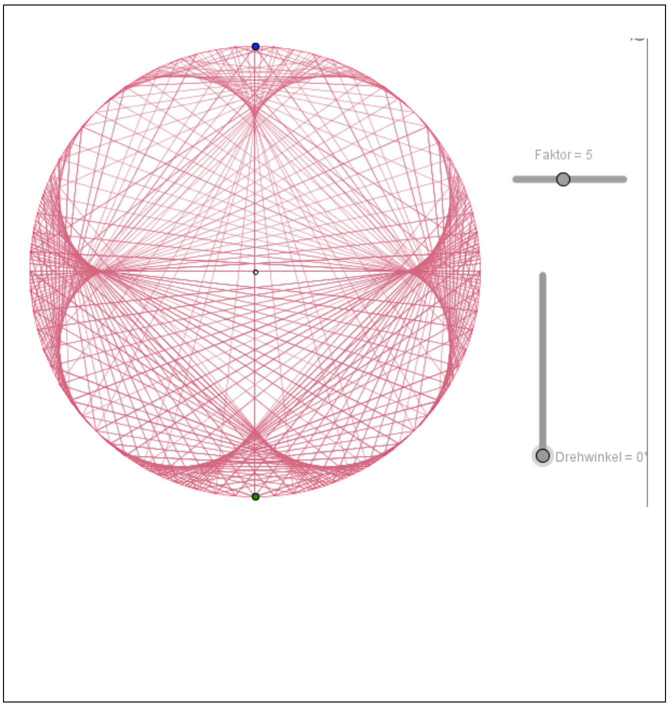
1. Auf was für einer Bahn bewegt sich der Mittelpunkt der Sehne, wenn du die Sehne um den Kreismittelpunkt drehst?
2. Spanne das Fadenbild mit Sehnen, deren Länge du nach jedem Drehen jeweils um gleich viel veränderst - zum Beispiel in 1.5-er Schritten.
   Was stellst du fest?
3. Beschreibe was geschieht, wenn du die Länge der Sehne auf 8 einstellst.

Antworten

1. Der Mittelpunkt der Sehne bewegt sich auf einem Kreis.
2. *Mögliche Feststellung:*
   Die Radien der Kreise, auf denen sich der Mittelpunkt der Sehne bewegt, werden von Schritt zu Schritt kleiner. Die Abnahme der Radien ist nicht proportional zur Verlängerung der Sehne.
3. *Mögliche Beschreibung:*
   Die Sehne wird zum Durchmesser. Das Fadenbild füllt die gesamte Kreisfläche.

Spezielle Sehnen

Aufgabenstellung



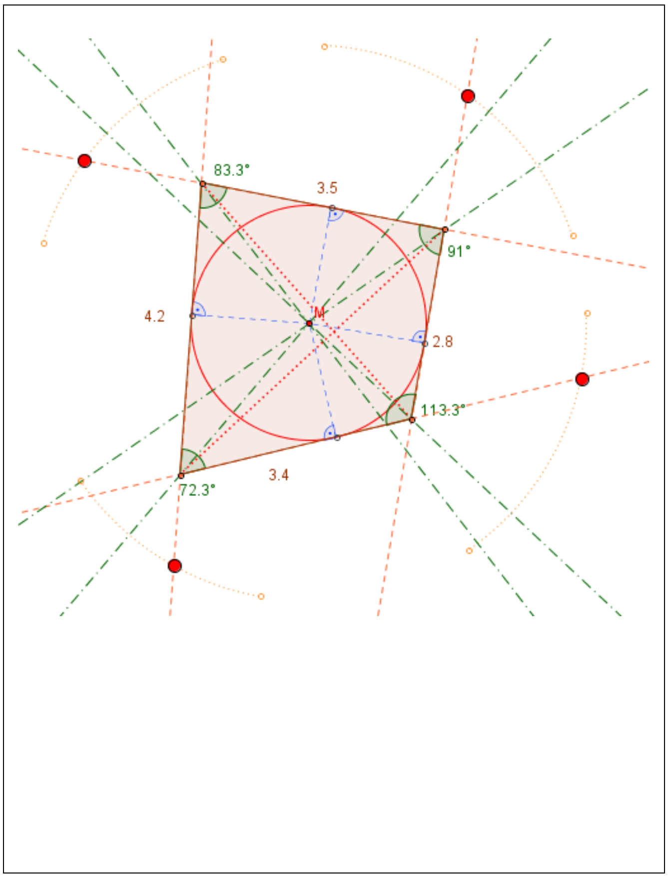
1. Verändere den Drehwinkel ganz langsam von 0° bis 180°
   a) Wo befinden sich die blauen Punkte, wenn der «Drehwinkel» auf 180° steht?
   b) – Bei welchem «Drehwinkel» treffen sich die grünen und die blauen Punkte zum ersten Mal?
      – Um welchen Winkel haben sich die blauen Punkte bis zu dieser Stelle um den Mittelpunkt gedreht?
      – Um welchen Winkel haben sich die grünen Punkte bis zu dieser Stelle um den Mittelpunkt gedreht?
   c) Stelle den «Faktor» auf 2 ein.
      Wo befinden sich die grünen Punkte, wenn der «Drehwinkel» auf 180° steht?
2. Sage voraus, wo sich die vier Punkte befinden werden, wenn der «Drehwinkel» 180° beträgt und:
   a) der «Faktor» auf 1. eingestellt ist.
      Überprüfe deine Voraussage.
   b) der «Faktor» auf 3. eingestellt ist.
      Überprüfe deine Voraussage.
3. a) Mit welchem «Faktor», kann man die sogenannte Nierenkurve erzeugen?
   b) Bei welchem «Faktor» entsteht die sogenannte Herzkurve?
   c) Kannst du bei einem bestimmten «Faktor» voraussagen, wie viele Einbuchtungen im «Fadenbild» entstehen?

Antworten

1. a) Die blauen Punkte befinden sich dem Ausgangspunkt gegenüber unten beim Kreis.
   b) – Die blauen und die grünen Punkte treffen sich bei einem «Drehwinkel» von 30°.
      – Die blauen Punkte haben sich je um 30° gedreht.
      – Die grünen Punkte haben sich je um 150° gedreht.
   c) Die grünen Punkte befinden sich wieder beim Ausgangspunkt.
2. a) *Mögliche Voraussage:*
      Die Punkte drehen sich um 180° um den Kreismittelpunkt.
   b) *Mögliche Voraussage:*
      – Die blauen Punkte drehen sich um 180° um den Kreismittelpunkt. Sie liegen «unten» beim Kreis.
      – Die grünen Punkte drehen sich um 540° um den Kreismittelpunkt. Sie liegen «oben» beim Kreis.
3. a) Die Nierenkurve lässt sich mit dem Faktor 3 erzeugen.
   b) Die Herzkurve entsteht beim Faktor 2.
   c) Anzahl Einbuchtungen beim Fadenbild = Faktor - 1

Tangentenvierecke

Aufgabenstellung



1. Ausgangspunkt ist ein Kreis und vier Tangenten an diesen Kreis.
   a) Welche Strecken sind rot punktiert dargestellt?
   b) Was bedeuten die grünen, strichpunktierten Geraden? Warum schneiden sie sich in einem Punkt, dem Mittelpunkt M des Inkreises?
   c) Beschreibe die blauen, gestrichelten Strecken.
2. Der Kreis ist Inkreis des Vierecks.
   a) Drehe die Tangenten und erzeuge – sofern es geht – verschiedene spezielle Vierecke wie
      – Quadrat,
      – Rhombus,
      – Rechteck,
      – Parallelenviereck,
      – Trapez,
      – Drachen.
   b) Welche Vierecke haben immer einen Inkreis?
   c) Welche Vierecke haben nie einen Inkreis?
   d) Bei welchen Vierecken kommen Inkreise vor, aber nicht immer?
3. Beschreibe die besondere Lage der grünen strichpunktierten Geraden und der roten punktierten Strecken beim
   – Quadrat,
   – Rhombus,
   – Drachen.
4. Worauf achtest du, wenn du entscheiden willst, ob du wirklich ein bestimmtes Viereck eingestellt hast beim
   – Quadrat,
   – Rhombus,
   – Trapez,
   – Drachen.

Antworten

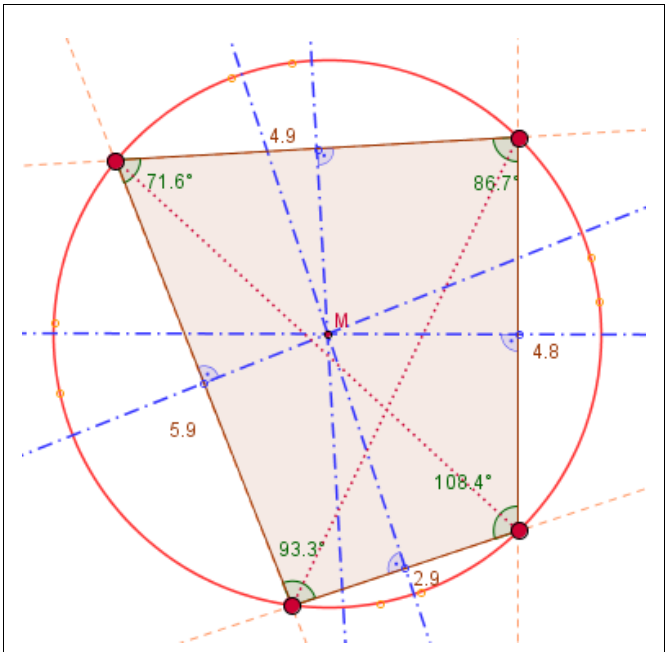
1. a) Die rot punktierten Strecken sind die Diagonalen des Vierecks.
   b) – Die grünen Geraden sind die Winkelhalbierenden des Vierecks.
   – *Mögliche Erklärung:*
   Der Kreis berührt jeweils zwei benachbarte Vierecksseiten. Deshalb müssen sich alle Winkelhalbierenden in einem Punkt schneiden.
   c) Die blauen Strecken sind die Berührungsradien des Inkreises.
2. a) –
   b) Quadrat und Rhombus und Drachen haben immer einen Inkreis.
   c) Rechtecke und Parallelenvierecke haben nie einen Inkreis.
   d) Trapeze können einen Inkreis haben.
3. *Mögliche Feststellungen:*
   – Beim Quadrat fallen die grünen und die roten Geraden mit den Diagonalen zusammen. Sie sind gleich lang und stehen senkrecht aufeinander.
   – Beim Rhombus fallen die grünen und die roten Geraden mit den Diagonalen zusammen. Sie sind gleich lang und stehen senkrecht aufeinander.
   – Beim Drachen muss der Schnittpunkt der grünen Geraden auf der langen roten Diagonalen liegen.
4. *Mögliche Antworten:*
   – Quadrat: vier 90°-Winkel, vier gleich lange Seiten, je zwei Winkelhalbierende fallen zusammen.
   – Rhombus: vier gleich lange Seiten, je zwei gegenüberliegende Winkel gleich gross.

– Trapez: Die Summe von je zwei an der gleichen Schrägstrecke anliegenden Winkeln muss 180° ergeben.

– Drachen: Die zwei kurzen und die zwei langen Strecken müssen je gleich lang sein.
Der Schnittpunkt der grünen Geraden muss auf der längeren Diagonalen liegen.

Sehnenvierecke

Aufgabenstellung



1. Ausgangspunkt ist ein Kreis und vier Sehnen in diesem Kreis.
   a) Wie nennt man die Strecken, die rot punktiert dargestellt sind?
   b) Wie heissen die blau strichpunktierten Geraden bezogen auf die Viereckseiten?
   c) Warum schneiden sich die vier blauen Geraden in einem Punkt, dem Mittelpunkt M des Umkreises?
2. Der Kreis ist Umkreis des Vierecks.
   a) Verändere die Sehnen und erzeuge – sofern es geht – verschiedene spezielle Vierecke wie
      – Quadrat
      – Rhombus,
      – Rechteck,
      – Parallelenviereck,
      – Trapez,
      – Drachen.
   b) Welche Vierecke haben immer einen Umkreis?
   c) Welche Vierecke haben nie einen Umkreis?
   d) Bei welchen Vierecken kommen Umkreise vor, nicht aber immer?
3. Beschreibe die besondere Lage der blauen strichpunktierten Geraden und der roten punktierten Strecken beim
   a) Quadrat,
   b) Rechteck,
   c) Trapez,
   d) Drachen.
4. Worauf achtest du, wenn du entscheiden willst, ob du wirklich ein bestimmtes Viereck eingestellt hast:
   a) beim Quadrat,
   b) beim Rechteck,
   c) beim Trapez,
   d) beim Drachen?

Antworten

1. a) Diagonalen
   b) Mittelsenkrechten
   c) *Mögliche Begründung:*
   Die Diagonalen zerlegen des Viereck in Dreiecke. Der Umkreis ist gleichzeitig gemeinsamer Umkreis dieser Dreiecke. Somit müssen sich die Mittelsenkrechten in einem Punkt schneiden.
2. a) –
   b) Quadrat und Rechteck haben immer einen Umkreis.
   c) Rhombus und Parallelenviereck haben nie einen Umkreis.
   d) Der Drachen, das Trapez und das allgemeine Viereck können einen Umkreis haben.
3. *Mögliche Feststellungen:*
   a) Beim Quadrat sind die roten Geraden gleich lang. Sie stehen senkrecht aufeinander.
   Die blauen Geraden sind die Mittellinien. Sie stehen senkrecht aufeinander und sind gleich lang.
   b) Beim Rechteck sind die roten Geraden gleich lang.
   Die blauen Geraden sind die Mittellinien. Sie stehen senkrecht aufeinander.

c) Beim gleichschenkligen Trapez sind die roten Geraden gleich lang.
Zwei der blauen Geraden fallen zusammen. Sie bilden die Höhe.

d) Beim Drachen stehen die roten Geraden senkrecht aufeinander. Die blauen Geraden schneiden sich auf der längeren der beiden Diagonalen.

4. *Mögliche Feststellungen:*

a) Beim Quadrat:
vier 90°-Winkel, alle Seiten gleich lang.

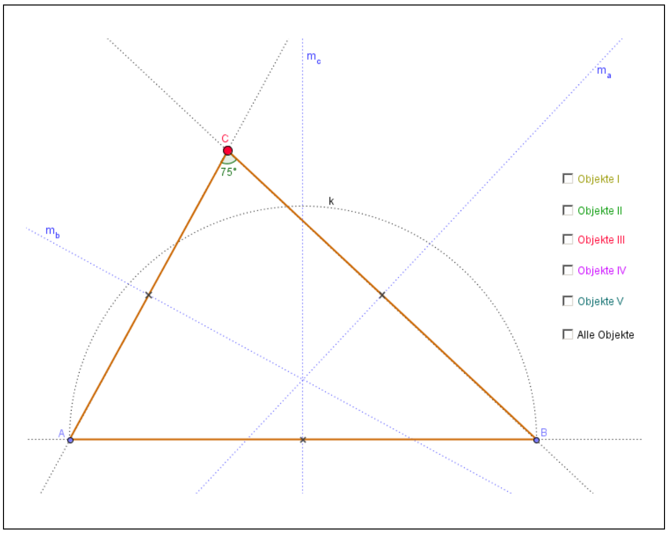
b) Beim Rechteck:
vier 90°-Winkel, je zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang.

c) Beim Trapez:
je zwei gleich grosse Winkel an den beiden parallelen Seiten. Zwei gleich lange Schrägstrecken. Die Mittelsenkrechten der beiden parallelen Seiten fallen zusammen. Es entsteht ein gleichschenkliges Trapez.

d) Beim Drachen:
zwei gegenüberliegende 90°-Winkel, paarweise gleichlange Seiten.

Die Eulergerade

Aufgabenstellung



1. Um was für geometrische Objekte in Bezug zum Dreieck ABC handelt es sich beim Halbkreis k und bei den blau-punktierten drei Geraden?
2. Blende die Objekte I, II, III, IV und V je einzeln ein und notiere jeweils, um was es sich bezüglich des Dreiecks handelt.
3. a) Beschreibe die Lage der Eulergerade.
   b) Überprüfe, ob die Charakterisierung der Eulergerade für verschiedene Dreiecksarten (rechtwinklig, stumpfwinklig, spitzwinklig, gleichschenklig usw.) gilt.
   c) In welchem Fall liegt auch der vierte spezielle Punkt I auf der Eulergeraden? Warum ist das so?

Antworten

1. – Der Halbkreis k ist der Thaleskreis über der Strecke AB.
   – Die blau-punktierten Geraden sind die Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC.
2. – I: der Umkreis
   – II: die drei Höhen
   – III: die drei Schwerlinien
   – IV: die drei Winkelhalbierenden und der Inkreis
   – V: die Eulergerade
3. a) Die Eulergerade geht durch den Höhenschnittpunkt, H den Schwerpunkt S und den Umkreismittelpunkt U.

   b) *Mögliche Feststellungen:*
   Die Eulergerade geht, unabhängig von der Form des Dreiecks, immer durch den Höhenschnittpunkt, den Schwerpunkt und den Umkreismittelpunkt.

   c) Der Inkreismittelpunkt I liegt bei gleichschenkligen Dreiecken auf der Eulergraden.

   Mögliche Begründung:
   Beim gleichschenkligen Dreieck liegen die je durch die Spitze verlaufende Höhe, Schwerlinie, Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende alle auf der gleichen Geraden.

